Liaisons entre Solides d'un mécanisme

1ère partie : LIAISONS NORMALISEES ENTRE SOLIDES

1. LIAISONS NORMALISEES ENTRE SOLIDES

1.1. But de la modélisation

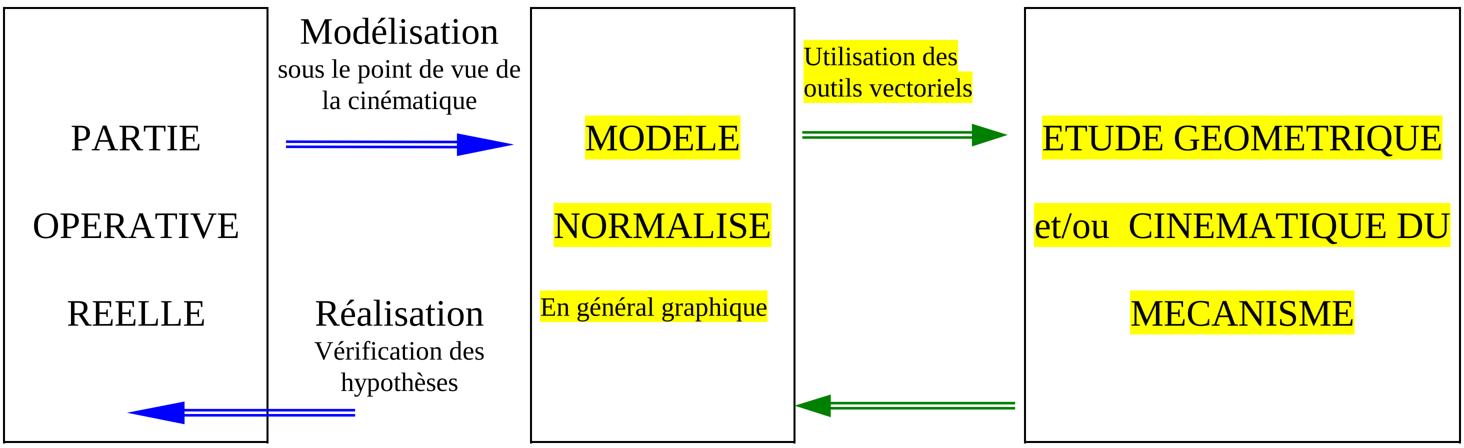
Toute partie opérative réelle est constituée de pièces mécaniques (déformables, non homogènes, non isotropes, etc.) assemblées entre elles grâce à des surfaces de contact. Les assemblages réalisés sont caractérisés par un fonctionnement avec jeu et avec frottement.

La modélisation propose de remplacer ce mécanisme réel par le modèle théorique suivant :

mécanisme réel	modèle théorique
pièces mécaniques en liaison complète	solide indéformable
assemblage	liaison normalisée **géométriquement parfaite** sous le **point de vue de la cinématique et dynamique** ***et dynamiquement parfaite parfois en dynamique*** lorsque le phénomène de frottement n'est pas nécessaire au bon fonctionnement
	mécanisme
partie opérative	

Les buts poursuivis par cette modélisation sont les suivants :

- écrire les relations liant les paramètres géométriques afin de déterminer la position de chacun des solides en fonction de paramètres imposés .
- écrire les relations liant les paramètres cinématiques afin de déterminer les relations entrée-sortie du mécanisme modélisé.
- déterminer la mobilité du mécanisme



1.2. Caractéristiques géométriques des liaisons normalisées

1.2.1. Géométrie des contacts

La géométrie des contacts entre les solides S_i et S_j peut être définie grâce aux 6 surfaces élémentaires suivantes :

- point de contact
- ligne de contact (droite, cercle)
- surface de contact (cylindre, plan, sphère)

Cette analyse provient du fait que les surfaces que nous fabriquons aujourd'hui à moindre coût, sont : le cylindre, le plan et la sphère.

1.2.1..1 Liaisons simples normalisées

On appelle ***liaison élémentaire*** une liaison définie à partir d'une seule surface de contact élémentaire. A partir des trois surfaces de contact cylindre, plan, sphère, il est possible de définir les 6 liaisons simples suivantes :

Nom de la liaison élémentaire normalisée	Mouvements possibles de S_i/S_j	Surface de contact élémentaire S_i/S_j
ponctuelle de normale $\vec{n}$ ***Liaison sphère/plan de normale*** $\vec{n}$	Rotation autour du point de contact A Translation dans le plan tangent de contact π	point *ex: sphère/plan*
linéaire rectiligne $(A,\vec{t},\vec{n})$ ***Liaison cylindre/plan*** $(A,\vec{t},\vec{n})$	Rotation autour de $(A,\vec{t})$ droite de contact Rotation autour de $(A,\vec{n})$ normale au plan tangent π Translation dans le plan tangent de contact π	ligne droite plane *ex: cylindre/plan*
linéaire annulaire d'axe $(A,\vec{u})$ ***Liaison sphère/cylindre d'axe*** $(A,\vec{u})$	Rotation autour de A centre de la ligne de contact Translation de direction $(A,\vec{u})$ avec $\vec{u}$ normale au plan de la ligne de contact.	ligne circulaire *ex: sphère/cylindre*
pivot glissant d'axe $(A,\vec{u})$ ***Liaison cylindre/cylindre d'axe*** $(A,\vec{u})$	Rotation autour de $(A,\vec{u})$ axe du cylindre de contact Translation de direction $(A,\vec{u})$	cylindre *ex: cylindre/cylindre*
plane de normale $\vec{n}$ ***Liaison plan/plan de normale*** $\vec{n}$	Rotation autour de $(A,\vec{n})$ normale au plan tangent π Translation dans le plan tangent de contact π	plan *ex : plan/plan*
sphérique de centre A ***Liaison sphère/sphère de centre A***	Rotation autour de A centre de la sphère de contact	sphère *ex : sphère/sphère*

1.2.1..2 Liaisons composées normalisées

On appelle ***liaison composée*** une liaison définie par l'association de plusieurs liaisons simples.
Les 5 liaisons composées normalisées sont les suivantes :

Nom de la liaison composée normalisée	Mouvements possibles de S_i/S_j	Association de liaisons simples : exemples
pivot d'axe $(A,\vec{u})$	Rotation autour de l'axe $(A,\vec{u})$ Aucune translation possible	*pivot glissant* $(A,\vec{u})$ *et ponctuelle* $(A,\vec{u})$

glissière d'axe $(A,\vec{u})$	Translation de direction $(A,\vec{u})$	
hélicoïdale d'axe $(A,\vec{u})$	Rotation et translation proportionnelle autour de l'axe $(A,\vec{u})$	
sphérique à doigt d'axe $(A,\vec{z})$ ***et de plan de rainure*** $(A,\vec{x},\vec{z})$	Rotation autour de l'axe $(A,\vec{z})$ Rotation autour de l'axe $(A,\vec{y})$	
encastrement	Aucun mouvement possible	

1.2.2. Repère local associé à la liaison o_{ij}

Le repère local $\Re(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ est construit à partir de la géométrie des contacts définissant la liaison o_{ij}.

$\Re(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ s'appuie sur l'élément caractéristique des surfaces de contact (existence d'un plan tangent de contact, direction privilégiée du mouvement) et de plus , est associé à un repère vectoriel de base orthonormée directe.

D'où

$\upsilon=(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ trièdre orthonormé direct avec

A centre géométrique de la liaison o_{ij}

$(A,\vec{x})$ direction normale au plan tangent de contact π
ou colinéaire à la direction privilégiée du mouvement $\vec{u}$

1.2.3. Paramétrage d'une liaison

1.2.3..1 Définition

Il s'agit de l'ensemble des ***paramètres géométriques*** (longueurs et angles) permettant de définir la position du solide S_i par rapport au solide S_j.

1.2.3..2 Détermination d'un paramétrage

On associe au solide S_i le repère $\upsilon_i(A_i,\vec{x}_i,\vec{y}_i,\vec{z}_i)$ et au solide S_j, le repère $\upsilon_j(A_j,\vec{x}_j,\vec{y}_j,\vec{z}_j)$

Si le solide S_j sert de référence, υ et υ_j sont confondus. Paramétrer la liaison o_{ij} revient alors à déterminer à tout instant les deux vecteurs suivants:

$\overrightarrow{A_jA_i}$	vecteur déplacement du point A_i par rapport au point A_j (unité: m)
$\vec{\Phi}(S_i / S_j)$	vecteur rotation du solide Si autour du point A_j (unité: rd)

Avec , par exemple , en coordonnées cartésiennes :

$$\overrightarrow{A_jA_i} = a_{ij}\vec{x} + b_{ij}\vec{y} + c_{ij}\vec{z}$$

$$\vec{\Phi}(S_i / S_j) = \alpha_{ij}\vec{x} + \beta_{ij}\vec{y} + \gamma_{ij}\vec{z}$$

$\upsilon=(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ repère local de la liaison o_{ij}

Les repères υ , υ_i , υ_j coïncident en A à t = 0 .

1.2.4. Degrés de liberté et de liaison d'un contact (modélisé par une liaison) entre deux solides

1.2.4..1 Degrés de liberté

Le nombre de degrés de liberté d'une liaison correspond au nombre de mouvements possibles (6 maximum : trois rotations et trois translation) du solide S_i par rapport au solide S_j dans le repère local υ.

1.2.4..2 Degrés de liaison

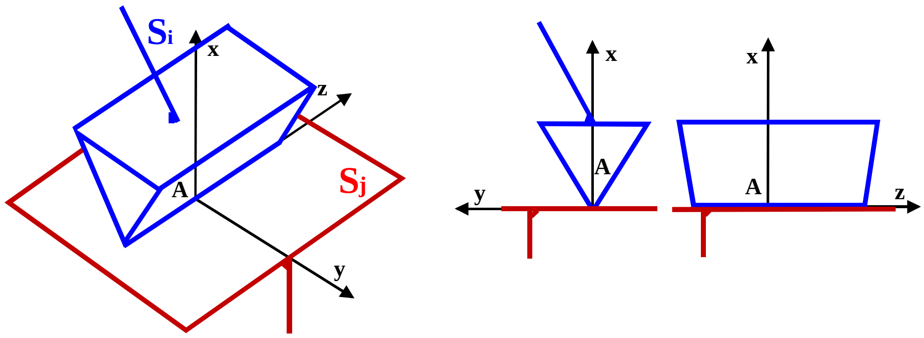
Le nombre de degrés de liaison correspond au nombre de ***paramètres géométriques indépendants*** définissant la position du solide S_i par rapport au solide S_j .

1.2.5. Exemples

- Si le solide S_i est libre (sans liaison) par rapport au solide S_j ,le nombre de degrés de liberté est égal à 6 et le nombre de degrés de liaison est nul.

- Si le solide S_i est en liaison cylindre/plan par rapport au solide S_j ,le nombre de degrés de liberté est égal à 4, deux rotations et deux translations dans le repère local υ.

La représentation graphique de la liaison cylindre/plan entre le solide S_i et le solide S_j, se représente comme ci-dessous.



Le contact est donc linéique rectiligne et pour définir géométriquement une droite, il est nécessaire de donner deux points. Le degré de liaison est donc 2. On remarque bien évidemment que :

Le degré de liaison est égal à 6 moins le degré de liberté.

1.3. Caractéristiques cinématiques des liaisons

1.3.1. Torseur cinématique, au point A, du solide S_i dans son mouvement / au solide S_j

1.3.1..1 Définition

Le torseur cinématique, au point A, du solide S_i dans son mouvement par rapport au solide S_j est défini par:

$$\left\{V\,(S_i/S_j)\right\} = \left\{\begin{matrix} \vec{\Omega}(S_i/S_j) \\ \\ \vec{V}(A,S_i/S_j) \end{matrix}\right\}_A$$

où,

$\vec{\Omega}(S_i/S_j)$	vecteur rotation instantanée du solide S_i par rapport au solide S_j (unité de la norme : rd/s)
$\vec{V}(A,S_i/S_j)$	vecteur vitesse du point A, appartenant au solide S_i dans son mouvement par rapport au solide S_j (unité de la norme : m/s)

Les vecteurs vitesses des points A et B du solide S_i vérifiant la relation du champs antisymétrique

défini dans le cours des outils mathématiques liés à la mécanique . $\boxed{\vec{V}(B,S_i/S_j)=\vec{V}(A,S_i/S_j)+\overrightarrow{BA}\wedge\vec{\Omega}(S_i/S_j)}$.

1.3.1..2 Expression du torseur cinématique dans le repère local υ

Si le repère local de la liaison o_{ij} est $\upsilon = (A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, il est possible d'écrire le torseur cinématique du mouvement du solide S_i par rapport au solide S_j modélisation de la cinématique possible, sous la forme suivante :

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_A \text{ avec } \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+q_{ij}\vec{y}+r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=u_{ij}\vec{x}+v_{ij}\vec{y}+w_{ij}\vec{z} \end{cases}}$$

1.3.2. Mobilités dans une liaison o_{ij}

Il s'agit du nombre de ***paramètres cinématiques non nuls indépendants*** contenus dans le torseur cinématique du solide S_i dans son mouvement par rapport au solide S_j.

1.3.3. Décomposition du vecteur $\vec{\Omega}(S_i/S_j)$

Dans le cas où la liaison o_{ij} présente un plan tangent de contact π, si on appelle $\vec{n}$ la normale au plan π, il est possible de décomposer le vecteur $\vec{\Omega}(S_i/S_j)$ de la façon suivante :

$$\vec{\Omega}(S_i/S_j)=\vec{\Omega}_n(S_i/S_j)+\vec{\Omega}_t(S_i/S_j)$$

avec

$\vec{\Omega}_n(S_i/S_j)=\left[\vec{\Omega}_n(S_i/S_j).\vec{n}\right]\vec{n}$:vecteur rotation de pivotement du solide S_i par rapport au solide S_j.

$$\vec{\Omega}_t(S_i/S_j)=\vec{\Omega}(S_i/S_j)-\vec{\Omega}_n(S_i/S_j)$$

vecteur rotation de roulement du solide S_i par rapport au solide S_j.

1.4. Liaisons normalisées usuelles.

1.4.1. Liaison Sphère/Plan en A de normale $\vec{n}$

1.4.1..1 Définition :

Deux solides S_i et S_j sont en liaison Sphère/Plan (contact ponctuel) si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, un point A_i de S_i reste dans un plan π_j de S_j de normale $\vec{n}$.

1.4.1..2 Conséquences

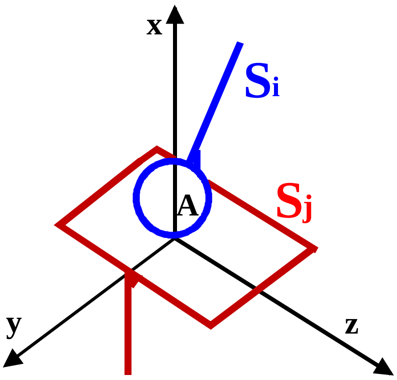
$\boxed{\text{la vitesse } \vec{V}(A\in S_i/S_j).\vec{n}=0}$

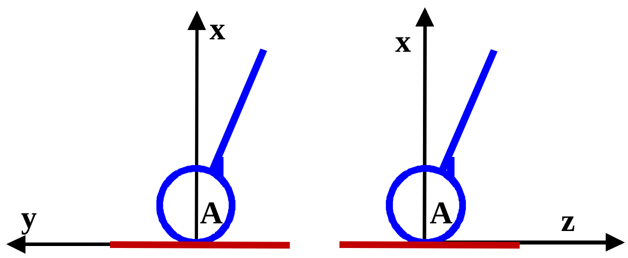
- ***Repère local :***
  $(A,\vec{x})$ colinéaire à $(A,\vec{n})$ normale au plan tangent π
  $\upsilon=(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct

- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=b_{ij}\vec{y}+c_{ij}\vec{z}$ ***et*** $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}+\beta_{ij}\vec{y}+\gamma_{ij}\vec{z}$

- ***Degrés de liberté :*** ***5***

- ***Représentations graphiques normalisées***
  Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison Sphère/Plan en A de normale $\vec{n}$





- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\Re(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij}\end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases}\vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+q_{ij}\vec{y}+r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=v_{ij}\vec{y}+w_{ij}\vec{z}\end{cases}}$$

- ***Remarque :***
  La forme du torseur cinématique est conservée uniquement en au point de contact A

1.4.2. Liaison Cylindre/plan $(A, \vec{t}, \vec{n})$ (contact linéaire rectiligne)

1.4.2..1 Définition :

Deux solides S_i et S_j sont en liaison Cylindre/plan si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, une droite Δ_i de S_i reste dans un plan π_i de S_j de normale $\vec{n}$.

1.4.2..2 Conséquences

$$\boxed{\begin{array}{c} \vec{V}(A,S_i/S_j).\vec{n}=0 \\ \vec{V}(B,S_i/S_j).\vec{n}=0 \\ (A\in\Delta_i)(B\in\Delta_i) \end{array}}$$

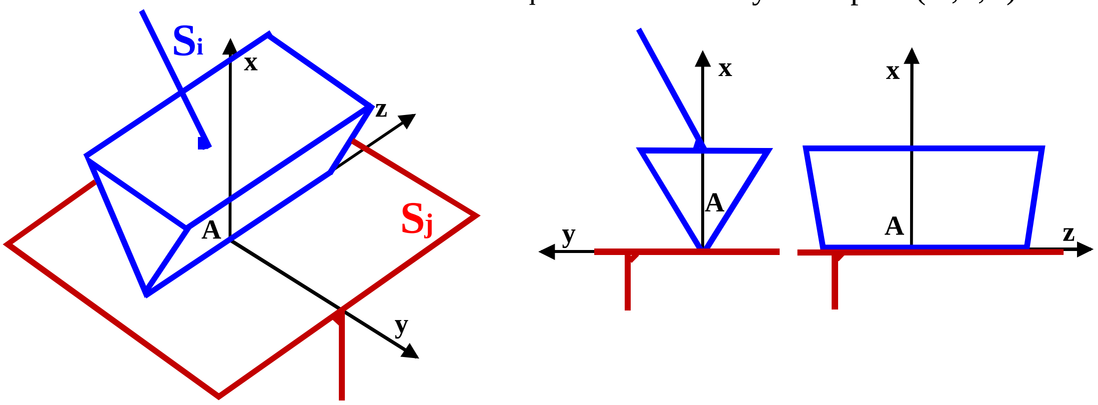
- ***Repère local***
  $(A, \vec{x})$ colinéaire à $(A, \vec{n})$ normale au plan tangent π
  $(A, \vec{z})$ colinéaire à la ligne de contact $(A, \vec{t})$
  $\upsilon(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ orthonormé direct

- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=b_{ij}\vec{y}+c_{ij}\vec{z}$ ***et*** $\vec{\Phi}(S_i / S_j) = \alpha_{ij}\vec{x} + \beta_{ij}\vec{y}$

- ***Degrés de liberté :*** ***4***

- ***Représentations graphiques normalisées***

Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la *liaison* Cylindre/plan $(A, \vec{t}, \vec{n})$.



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\Re(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ 0 & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=v_{ij}\vec{y}+w_{ij}\vec{z} \end{cases}}$$

- ***Remarque :***

La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de la droite de contact $(A,\vec{z})$.

1.4.3. Liaison Sphère/Cylindre en A d'axe $(A\ \vec{u})$

1.4.3..1 Définition :

Deux solides S_i et S_j sont en liaison linéaire annulaire d'axe $(A, \vec{u})$ si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, un point A_i de S_i reste sur une droite Δ_j de S_j de direction $\vec{u}$.

1.4.3..2 Conséquences

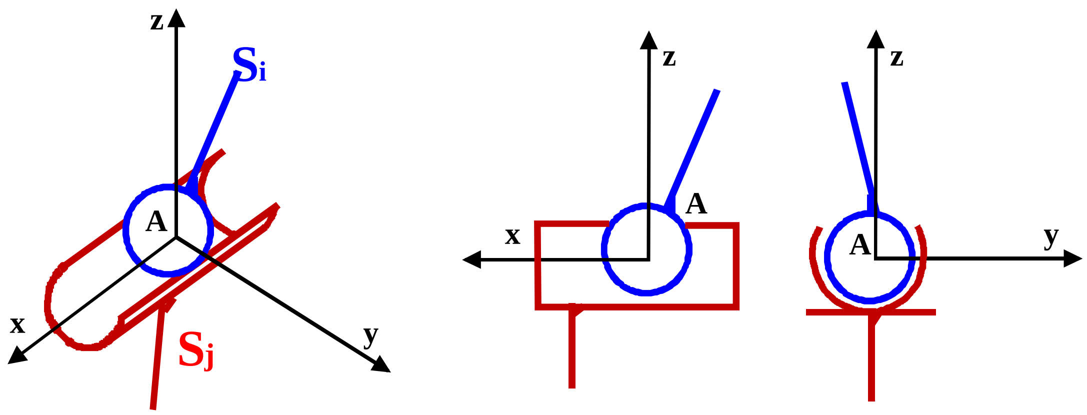
$$\boxed{\begin{array}{c}\vec{V}(A,S_i/S_j)=\lambda\vec{u}\\ (A\in\Delta_i)\end{array}}$$

- ***Repère local :***
$(A,\vec{x})$ colinéaire à $(A,\vec{u})$ perpendiculaire au plan de la ligne circulaire de contact.
$\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct

- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=a_{ij}\vec{x}$ ***et*** $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}+\beta_{ij}\vec{y}+\gamma_{ij}\vec{z}$

- ***Degrés de liberté :*** ***4***

- ***Représentations graphiques normalisées***
Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la *liaison* Sphère/Cylindre en A d'axe $(A,\vec{x})$.



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix}p_{ij} & u_{ij}\\ q_{ij} & 0\\ r_{ij} & 0\end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \begin{cases}\vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+q_{ij}\vec{y}+r_{ij}\vec{z}\\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=u_{ij}\vec{x}\end{cases}$$

- ***Remarque :***
La forme du torseur cinématique n'est conservée qu'au point A.

1.4.4. Liaison Cylindre/Cylindre d'axe $(A,\vec{u})$

1.4.4..1 Définition:

Deux solides S_i et S_j sont en liaison Cylindre/Cylindre d'axe $(A,\vec{u})$ si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, une droite Δ_i de S_i reste confondue avec une droite Δj de S_j égale à l'axe $(A,\vec{u})$.

1.4.4..2 Conséquences

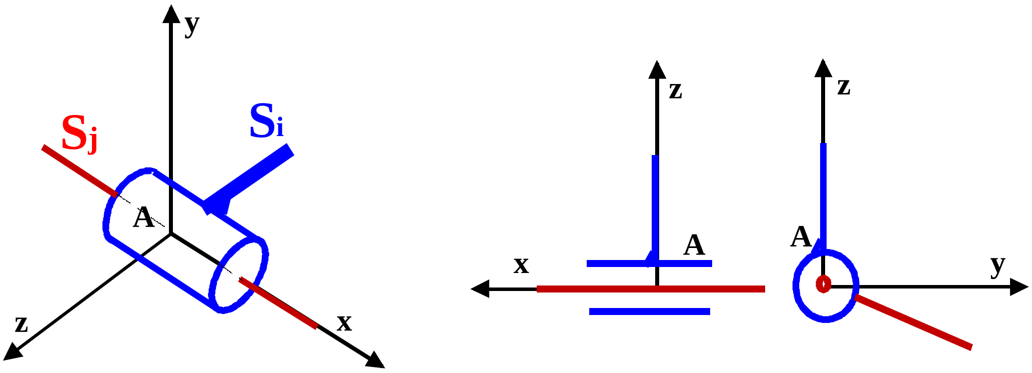
$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{V}(A,S_i/S_j)=\lambda\vec{u}\\ \vec{V}(B,S_i/S_j)=\mu\vec{u}\\ (A\in\Delta_i)(B\in\Delta_i)\end{array}}$$

- ***<u>Repère local</u>*** $(A,\vec{x})$ colinéaire à l'axe $(A,\vec{u})$
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct

- ***<u>Paramétrage</u>*** $\overrightarrow{A_iA_j}=a_{ij}\vec{x}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}$

- ***<u>Degrés de liberté</u>*** *2*

- ***Représentations graphiques normalisées***
  Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison Cylindre/Cylindre d'axe $(A,\vec{u})$.



- ***<u>Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local</u>*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases}\vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}\\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=u_{ij}\vec{x}\end{cases}}$$

- ***<u>Remarque:</u>***
  La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'axe $(A,\vec{x})$.

1.4.5. Liaison Plan/Plan de normale $\vec{n}$

1.4.5..1 Définition:

Deux solides S_i et S_j sont en liaison Plan/Plan de normale $\vec{n}$ si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, un plan π_i de S_i reste confondu avec un plan π_j de S_j de normale $\vec{n}$.

1.4.5..2 Conséquences

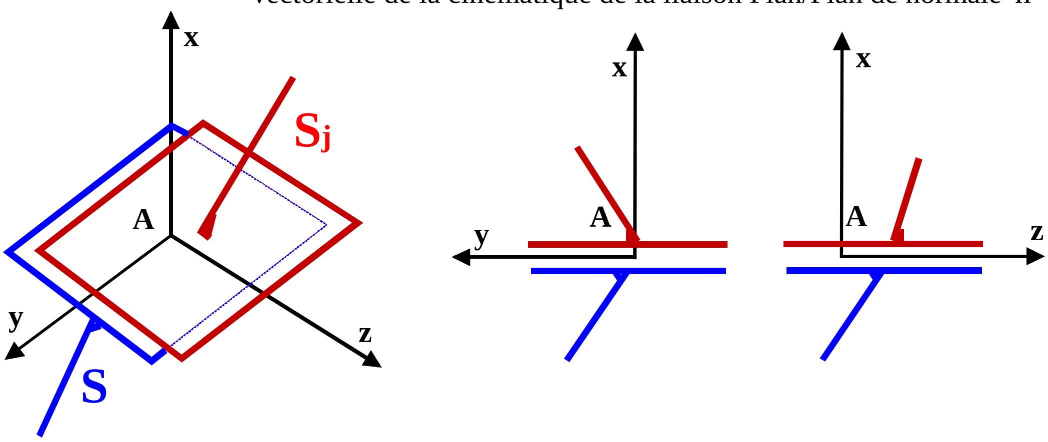
$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{V}(A,S_i/S_j).\vec{n}=0 \quad (A\in\pi_i) \\ \vec{V}(B,S_i/S_j).\vec{n}=0 \quad (B\in\pi_i) \\ \vec{V}(C,S_i/S_j).\vec{n}=0 \quad (C\in\pi_i) \end{array}}$$

- ***Repère local*** **:** $(A,\vec{x})$ colinéaire à $(A,\vec{n})$ normale au plan tangent π
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct

- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=b_{ij}\vec{y}+c_{ij}\vec{z}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}$

- ***Degrés de liberté :*** *3*

- ***Représentations graphiques normalisées***
  Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison Plan/Plan de normale $\vec{n}$



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local***
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$
-

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ 0 & v_{ij} \\ 0 & w_{ij} \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=v_{ij}\vec{y}+w_{ij}\vec{z} \end{cases}}$$

- ***Remarque:***
  La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'espace.

1.4.6. Liaison Sphère/Sphère ou sphérique de centre A

1.4.6..1 Définition:

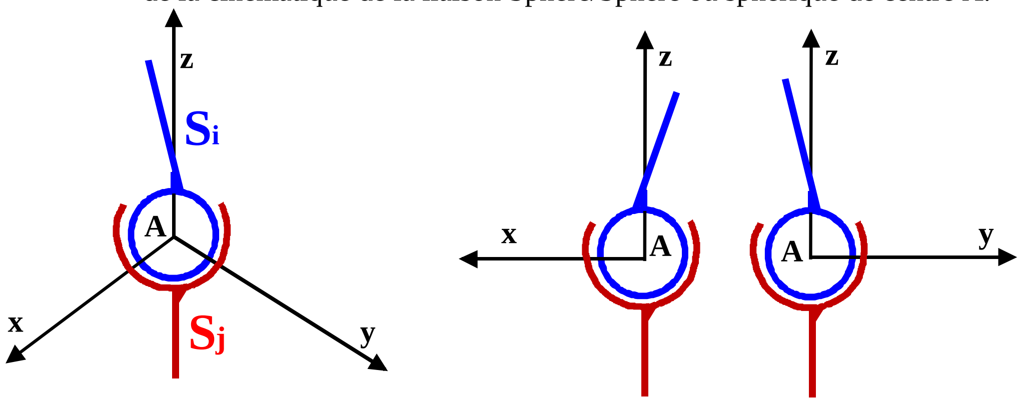
Deux solides S_i et S_j sont en liaison sphérique de centre A si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, un point A_i de S_i reste confondu avec un point A_j = A de S_j

1.4.6..2 Conséquences

$$\boxed{\vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0}\ (A\in S_i)}$$

- ***Repère local* :** $\upsilon\,(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ indifférent orthonormé direct
- ***Paramétrage* :** $\overrightarrow{A_iA_j}=\vec{0}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}+\beta_{ij}\vec{y}+\gamma_{ij}\vec{z}$
- ***Degrés de liberté*** *: 3*
- ***Représentations graphiques normalisées***

Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison Sphère/Sphère ou sphérique de centre A.



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon\,(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

$$\boxed{\{V\,(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ q_{ij} & 0 \\ r_{ij} & 0 \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+q_{ij}\vec{y}+r_{ij}\vec{z} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0} \end{cases}}$$

- ***Remarque :***

La forme du torseur cinématique n'est conservée qu'au point A.

1.5. Liaisons usuelles normalisées composées

1.5.1. Liaison pivot d'axe $(A,\vec{u})$

1.5.1..1 Définition:

Deux solides S_i et S_j sont en liaison pivot d'axe $(A,\vec{u})$ si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, deux points A_i et B_i de S_i distants de d, restent confondus avec deux points A_j et B_j de S_j distants de d.

1.5.1..2 Conséquences

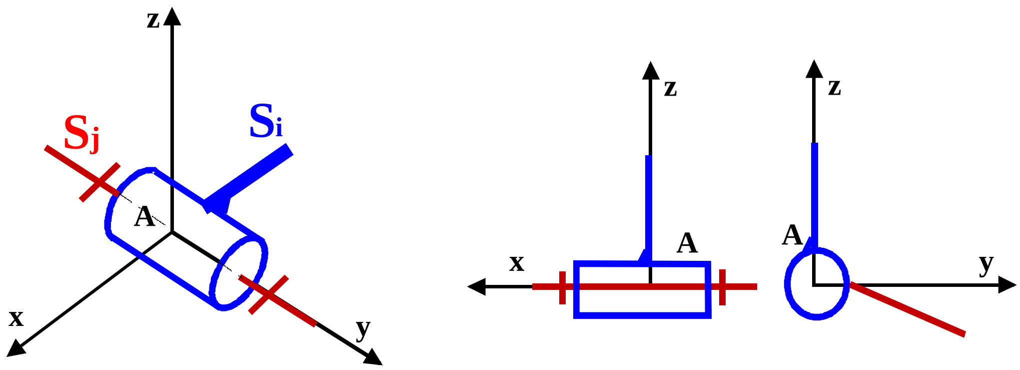
$$\boxed{\begin{array}{c}\vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0}\\ \vec{V}(B,S_i/S_j)=\vec{0}\\ \overrightarrow{AB}=d\vec{u}\end{array}}$$

- ***Repère local*** **:** $(A,\vec{x})$ colinéaire à l'axe $(A,\vec{u})$
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct

- ***Paramétrage*** **:** $\overrightarrow{A_iA_j}=\vec{0}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}$

- ***Degrés de liberté*** *:* *1*

- ***Représentations graphiques normalisées***
Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison pivot d'axe $(A,\vec{u})$.



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$
-

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix}p_{ij} & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases}\vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}\\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0}\end{cases}}$$

- ***Remarque :***
La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'axe $(A,\vec{u})$.

1.5.2. Liaison glissière de direction $\vec{u}$.

1.5.2..1 Définition:

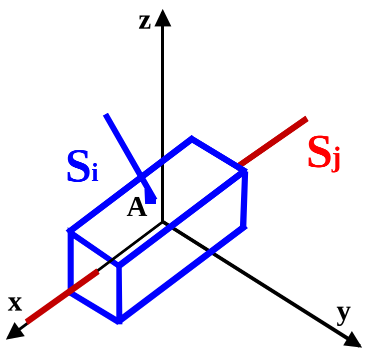
Deux solides S_i et S_j sont en liaison glissière de direction $\vec{u}$ .si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, d'une part un plan π_i de S_i reste confondu avec un plan π_j de S_j et d'autre part une droite Δ_i de Si contenue dans le plan π_i reste confondue avec une droite Δ_j de S_j contenue dans le plan π_j .

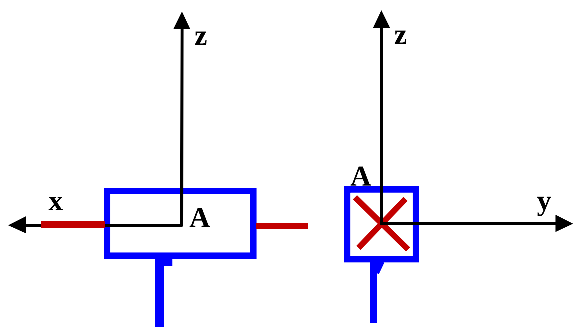
1.5.2..2 Conséquences

$$\boxed{\begin{array}{c}\vec{V}(A,S_i/S_j)=\lambda\vec{u}\\(A\in\Delta_i)\end{array}}$$

- ***Repère local :*** $(A,\vec{x})$ colinéaire à la direction $(A,\vec{u})$. $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct
- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=a_{ij}\vec{x}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\vec{0}$
- ***Degrés de liberté :*** *1*
- ***Représentations graphiques normalisées***

Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison glissière de direction $\vec{u}$.





- ****Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\left\{V(S_i/S_j)\right\}_A=\left\{\begin{bmatrix}0 & u_{ij}\\0 & 0\\0 & 0\end{bmatrix}\right\}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \left\{\begin{array}{l}\vec{\Omega}(S_i/S_j)=\vec{0}\\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=u_{ij}\vec{x}\end{array}\right.}$$

- ***Remarque :***

La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'espace

1.5.3. Liaison sphérique à doigt $(A,\vec{t},\vec{n})$

1.5.3..1 Définition:

Deux solides S_i et S_j sont en liaison sphérique à doigt de centre A si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, deux points A_i et B_i distants de d sont tels que, d'une part, le point A_i de S_i reste confondu avec un point A_j de S_j, et d'autre part le point B_i de S_i reste contenu dans un plan π_j de Sj de normale $\vec{n}$.

1.5.3..2 Conséquences

$$\boxed{\begin{array}{c} \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0} \\ \vec{V}(B,S_i/S_j).\vec{n}=0 \\ AB=d\vec{t} \end{array}}$$

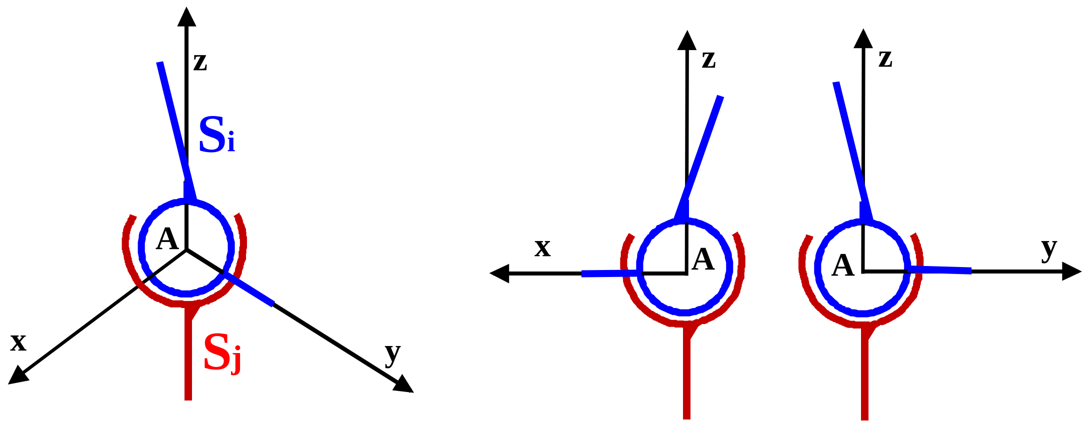
- ***Repère local :*** $(A,\vec{y})$ colinéaire au doigt de direction $(A,\vec{t})$
  $(A,\vec{z})$ colinéaire à $(A,\vec{n})$ normale au plan rainure
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct.

- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j}=\vec{0}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\alpha_{ij}\vec{x}+\beta_{ij}\vec{y}$

- ***Degrés de liberté :*** *2*

- ***Représentations graphiques normalisées***

Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison sphérique à doigt $(A,\vec{y},\vec{z})$.



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} p_{ij} & 0 \\ q_{ij} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=p_{ij}\vec{x}+q_{ij}\vec{y} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0} \end{array}\right.$$

- ***Remarque :***

La forme du torseur cinématique n'est conservée qu'au point A.

1.5.4. Liaison glissière hélicoïdale d'axe $(A,\vec{u})$

1.5.4..1 Définition:

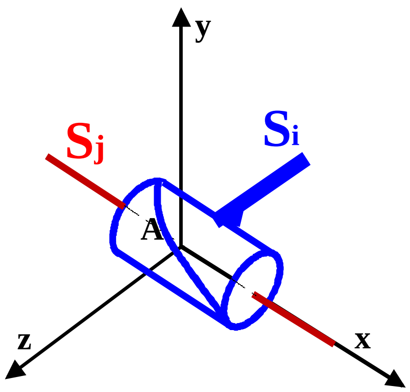
Deux solides S_i et S_j sont en liaison glissière hélicoïdale d'axe $(A,\vec{u})$ si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, une droite Δ_i de S_i reste confondue avec l'axe Δ_j d'une hélice H_j de S_j et d'autre part un point A_i de S_i décrit l'hélice H_j

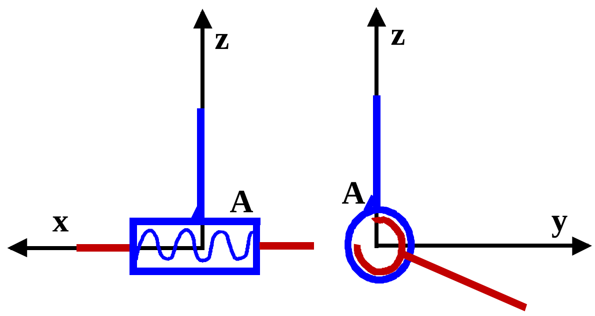
1.5.4..2 Conséquences

$$\boxed{\left\|\vec{V}(A_i,S_i/S_j)\right\| = p\left\|\vec{\Omega}(S_i/S_j)\right\| \quad (A_i \in S_i)}$$

- ***Repère local :*** $(A,\vec{x})$ colinéaire à $(A,\vec{u})$.
  $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct
- ***Paramétrage :*** $\overrightarrow{A_iA_j} = a_{ij}\vec{x}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j) = \alpha_{ij}\vec{x}$
- ***Degrés de liberté :*** *1*
- ***Représentations graphiques normalisées***

Cette représentation graphique, traduit une expression torseurielle et donc vectorielle de la cinématique de la liaison sphérique à doigt $(A,\vec{y},\vec{z})$.





- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\left\{\mathcal{V}(S_i/S_j)\right\}_A = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{\Omega}(S_i/S_j) = p_{ij}\vec{x} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j) = u_{ij}\vec{x} \end{cases} \quad \text{où} \quad \frac{p_{ij}}{u_{ij}} = p = \text{constante}}$$

- *Remarque:*

La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'axe $(A,\vec{x})$.

1.5.5. Liaison encastrement

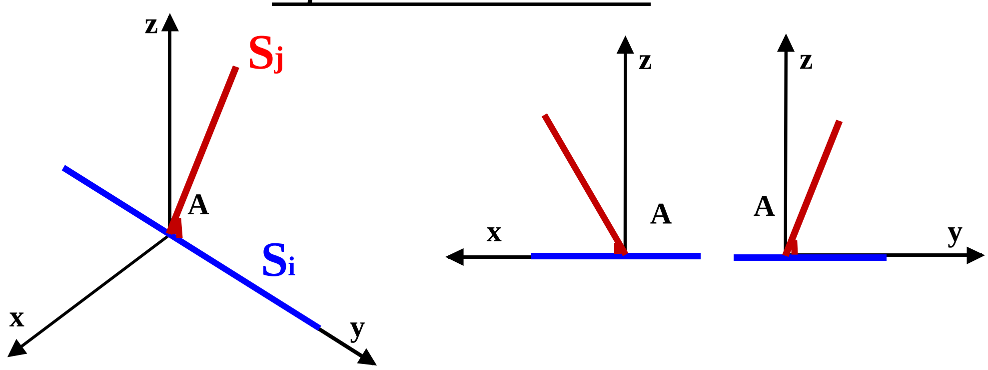
1.5.5..1 Définition

Deux solides S_i et S_j sont en liaison encastrement si, au cours du mouvement de S_i par rapport à S_j, une droite Δ_i de S_i reste confondue avec une droite Δ_j de S_j et d'autre part un point A_i n'appartenant pas à Δ_i, reste confondu avec un point A_j de S_j

1.5.5..2 Conséquences

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0} \\ \vec{V}(B,S_i/S_j)=\kappa\vec{u} \quad BC=d\vec{u} \\ \vec{V}(C,S_i/S_j)=\mu\vec{u} \end{array}}$$

- ***Repère local :*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ orthonormé direct
- ***Paramétrage*** : $\overrightarrow{A_iA_j}=\vec{0}$ et $\vec{\Phi}(S_i/S_j)=\vec{0}$
- ***Degrés de liberté :*** *0*
- ***Représentations normalisées***



- ***Torseur cinématique, au point A, exprimé dans le repère local*** $\upsilon(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

$$\boxed{\{V(S_i/S_j)\}_A=\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A,R} \quad \text{avec} \left\{\begin{array}{l} \vec{\Omega}(S_i/S_j)=\vec{0} \\ \vec{V}(A,S_i/S_j)=\vec{0} \end{array}\right.}$$

- ***Remarque :***

La forme du torseur cinématique est conservée en tout point de l'espace.

